「高齢化社会」分析のためのマクロ基礎理論

――人口問題を中心に――

伊　東　眞理子

目　　　次

伊　東　眞理子

I　はじめに

平成20年度一般会計予算における歳出[1]は、約83.1兆円(100%)である。このうち、国債の元利払いにあてられる国債費が約20.2兆円（24.3%）、社会保障関係費約21.8兆円（26.2%）、地方交付税交付金等が約15.6兆円（18.8%）である。これら3つの歳出項目だけで全体の3分の2以上を占めている。これが、財政が硬直化していると言われる所以である。

国債費は、過去2回にわたる石油ショックやプラザ合意以後の円高不況、それにバブル崩壊後の平成大不況対策として発行された建設国債、赤字公債の累積残高が平成20年度末で約553[2]兆円の巨額にのぼっているのを見ても、更に増えることはあっても減ることは極めて困難であろう。

地方交付税交付金は、地方分権とのからみで、このところ少しづつは減ってきているものの、依然として国にとっては必要にして大きな歳出項目である。

「財政再建」の呼び声の下、一般会計の歳出規模の伸びは大きく抑えられてきたものの、社会保障関係費は、「額」にしても「率」にしても確実に増え続けてきた最も大きな歳出項目である。近い将来も増え続けることがほぼ確実視されている。世界一といわれるわが国の急激な「少子・高齢化」の伸展が、この背景にあるからである。

とりわけ平成に入ってから、「年金」、「医療」、「福祉・介護」にかかわる度々の制度改革があったにも拘わらず、これらのどの問題も増々その深刻さを増してきているというのが実情である。それ程に、少子化、特に高齢化の勢いがより加速されているのである。従って、新聞・テレビ・雑誌[3]などで話題としてとり上げられない日はないのである。

ところで、わが国における21世紀の最重要問題は、「(少子・) 高齢化問題」であると言っても過言ではないという確信の下に、筆者は平成になる前から研究を進めてきた。本論は、これまで筆者が考究して来たところ

の、高齢化の進行と高齢者の居住問題、高齢者の心理と介護問題、高齢者の医療と生命倫理問題等など、高齢者をとりまく重要な諸問題を主にミクロ的視点で個別的に実証分析してきたものとは些か異なる。これらの問題を総合化し、体系的に理解し対策を立てる上で、もう一つの重要な視点と課題は、高齢者をとりまく諸問題――そのベースに厳然として存在する「高齢化」そのものをマクロ的に、且つ、理論的に分析することが基礎作業として是非とも必要であると痛感するに至ったのである。この作業は、すでに「高齢化の進行と超高齢社会」として扱った課題であるが、データを最新のものへ改め、現状までの高齢化をマクロ理論として分析し、且つ、その将来予測の作業をも加えてみたいと考えている。

従って、本論としては、「「高齢化」分析のためのマクロ基礎理論ー人口問題を中心にー」を一つのマクロ基礎理論として設定する。

ここでの理論・実証分析は以下のような順序で行われる。

人口の規模の推移は、ロジスティック曲線にて合理的に説明されるという伝統的見解があることは周知の事実である。そこで、まず次の第Ⅱ章にて、ロジスティック曲線とは何か？それはどのようにして数学的に厳密に定式化されるのか、また、その曲線の一般解とロジスティック曲線の形状などの議論を数式と図を用いて展開する。

続く第Ⅲ章では、これらの数学的に定式化されたロジスティック曲線を用いて、過去から現在までの長期データに最もよく適合するロジスティック曲線が推定される。具体的には、(1) 総人口、(2)65 才以上、(3) 老齢化率、これらに関するロジスティック曲線を求めたい。即わち、実データとの誤差の二乗和を最小にするロジスティック曲線のパラメータの組み合わせが求められることになる。その後に、将来の総人口規模についての予測をし、あわせて国立社会保障・人口問題研究所によって行われた予測との比較も行った。

最後のⅣ章では、本論文で得られた結論と今後の課題を示した。

Ⅱ．ロジスティック曲線の理論分析

（１）ロジスティック曲線の数学的導出

或る変数（例えば人口 P）は、時間 t に関して変化し、その変化分 dP/dt の大きさは、一般的に言って、変数 P の絶対値の大きさによって決まるものと考えよう。

すなわち、

$$\frac{dP}{dt}=F\left(P_{(t)}\right)$$

一般化するために、$F(P)$ をテイラー級数に展開する。

$$\frac{dP}{dt}=aP+bP^2+cP^3+\cdots\cdots \quad \text{ただし、} a,b,c \text{ はパラメータ} \cdots\cdots\cdots(1)$$

もし、$\frac{dP}{dt}=aP$ のみなら

$$P=P_0e^{a(t-t_0)}, \quad \text{ただし} P_0 \text{ は初期値} \cdots\cdots\cdots(2)$$ [4]

ここで、

$a>0$ なら、P は時間 t に関して幾何級数的に増加することになる。

$a<0$ なら、P は時間 t に関して幾何級数的に減少することになる。

人口 P の時間 t に関する変化は、実証的には、いわゆるロジスティック曲線（S カーブ）で説明されることは既知の事実として認められている。[5]
よって、$a>0$ だろうが、dP/dt は P に関して最低二次の項まで含む必要があろう。ただし、S カーブになるためには、$b<0$ でなくてはならないものと考える。

よって、

$$\frac{dP}{dt}=aP_{(t)}+bP^2{}_{(t)}, \quad \text{ただし、} a>0,\ b<0 \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

ここで、時間を＋にとったときにが漸近するMaxの値を$\overline{K}$と考える。ここで、

$0<P<\overline{K}$であり、$t=\infty$にとったときの（3）式は、

$$\frac{dP}{dt}=a\overline{K}+b\overline{K}^2=0,$$ ここで$\overline{K}\neq 0$なので

$$b=-\frac{a}{\overline{K}}<0 \quad \cdots\cdots (4)$$

（4）式を（3）式に代入すれば、

$$\frac{dP}{dt}=aP-\frac{a}{\overline{K}}P^2=aP\left(\frac{\overline{K}-P}{\overline{K}}\right) \quad \cdots\cdots (5)$$

（5）式が求めるロジスティック微分方程式（Sカーブ）である。

（2）ロジスティック微分方程式の一般解

$$\frac{dP}{dt}=aP\left(\frac{\overline{K}-P}{K}\right) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$dP\cdot\overline{K}=adt\cdot P(\overline{K}-P)$$

$$\frac{dP\cdot\overline{K}}{P(\overline{K}-P)}=adt \quad \cdots\cdots (5)'$$

（5）’式の左辺を変数分離すると、次式が求まる[6]。

$$\frac{dP}{P}+\frac{dP}{\overline{K}-P}=adt \quad \cdots\cdots (6)$$

（6）式を初期値の$P_{(0)}=P_0$ときに解くと、

$$\frac{P}{\overline{K}-P}=\frac{P_0}{\overline{K}-P_0}\cdot e^{at} \quad \cdots\cdots (7)$$ [7]

一六八

となる。これをにPついて解けば次式を得る。

$$P_{(t)}=\frac{\overline{K}P_0e^{at}}{P_0e^{at}+\overline{K}-P_0}\cdots\cdots(8)$$

（8）式がロジスティック微分方程式の一般解である。

（8）式において、$t=0$ を代入すれば P は或る正の値 P_0（初期値）をとることになるし、t を $+\infty$ にとれば、$P_{t=\infty}\cong\overline{K}$ に漸近することが理解される。

次節では（8）式の形状を詳しく調べよう。

（3）ロジスティック曲線の形状

（3）式を0とおく。つまり、時間 t に関して P の傾きの大きさがゼロになる P の値を求めよう。

$$\frac{dP}{dt}=aP_{(t)}+bP^2{}_{(t)}=P(a+bP)=0\cdots\cdots(9)$$

（9）式より、P は時間 t に関して、$P=0$ あるいは $P=-\dfrac{a}{b}\left(=\overline{K}\right)$ で定数関数となり極値をとっていることが分かる。

Sカーブの変曲点求めてみよう。変曲点では、$\dfrac{d^2P}{dt^2}=0$ である筈である。よって、（9）式を時間 t で再度微分（つまり、二階微分）してそれを0とおこう。

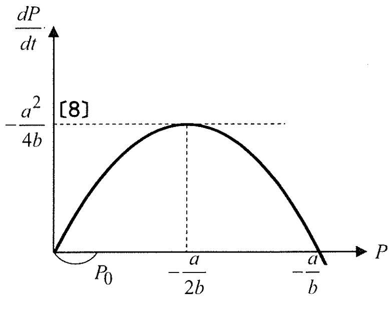
$$\frac{d^2P}{dt^2}=a\frac{dP}{dt}+2bP\cdot\frac{dP}{dt}=(a+2bP)\cdot\frac{dP}{dt},\qquad \text{（3）式を考慮して}$$

$$=(a+2bP)P(a+bP)=0\cdots\cdots(10)$$

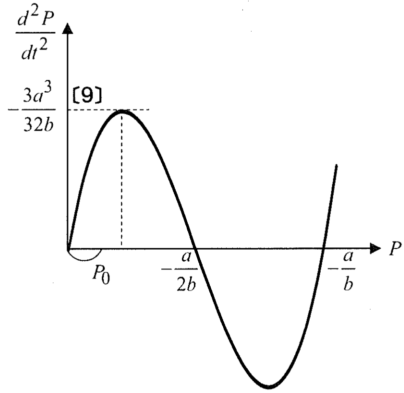
一六七 つまり、P は、時間に関して、$P=0,-\dfrac{a}{2b},\ -\dfrac{a}{b}\left(=\overline{K}\right)$ で各々、変曲点をとっていることが分かる。

（9）式を図示したのが〔1図〕であり、(10) 式を図示したのが〔2図〕

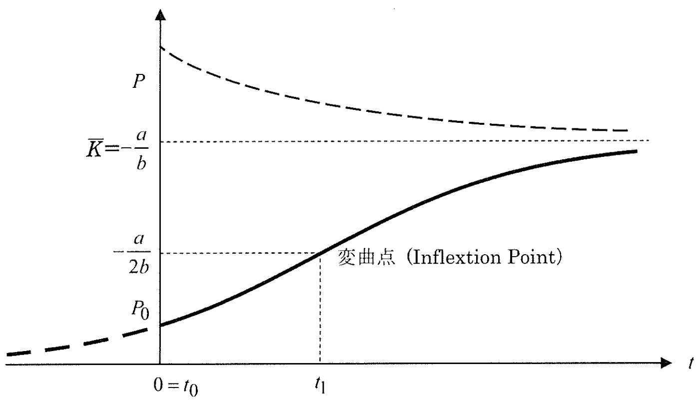
である。（9）式と（10）式のPの動きを考慮して時間tに関するPの動きを描き出したのが〔3図〕であり、これこそ求めるロジスティック曲線そのものである。



〔1図〕



〔2図〕



〔3図〕

現実の$P(t)$が、time t_0である初期値P_0から出発するものとする。

（i）$P_{(0)}=P_0=\dfrac{\overline{K}e^c}{1+e^c}>0$ 〔10〕

一六六

（ii）$t_0 < t < t_1$ では、P は t に関して右上がりで下に凸な曲線。

（iii）$t=t_1$ のとき、つまり、$P=-\dfrac{a}{2b}$ のとき変曲点をとる。

（iv）t が t_1 を超えて大きくなると、P は t に関して右上がりで上に凸な曲線となる。また、t を $+\infty$ にとると、はに漸近する。

（v）初期値 P_0 を $\overline{K}$ 点より上にとると、図の点線で描かれているように、$t=\infty$ に関して $P=-\dfrac{a}{b}\left(=\overline{K}\right)$ に漸近する。

いうまでもなく、ロジスティック曲線（Sカーブ）の形状は、パラメータ $a>0$, $b<0$ の各々の値によって幾つもありうる。あくまで、**〔3図〕**は、典型的なロジスティック曲線である。

Ⅲ　ロジスティック曲線による実証分析

（1）長期総人口ロジスティック曲線の推定

本論のⅡ章で数学的に求められたロジスティック曲線（8）式がこの章の議論の出発点になる。

ロジスティック曲線

$$\hat{P}_{(t)}=\frac{\overline{K}P_0e^{at}}{P_0e^{at}+\overline{K}-P_0}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$=\frac{\left(\dfrac{-a}{b}\right)P_0e^{at}}{P_0e^{at}+\left(\dfrac{-a}{b}\right)-P_0}\qquad \text{ここで、}\overline{K}=-\frac{a}{b}$$

パラメータ：a, b, P_0 の3個、ただし、$a>0$, $b<0$, $P_0>0$

推定方法：1872年（明治5年）から2007年（平成19年）までのデータに適合するような、ロジスティック曲線を求める。準ニュート

ン法を用いて、次式で表される誤差評価関数が最小になるように3個のパラメータを決定する。

$$E = \sum_{t} (\hat{P}_{(t)} - P_{(t)})^2$$

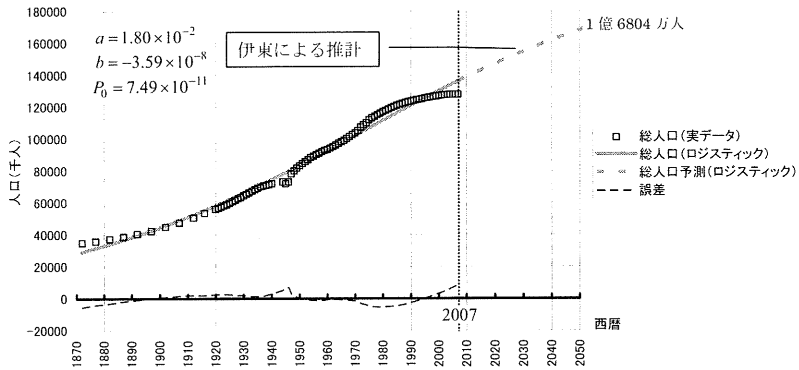
推定結果：パラメータ a, b, P_0 はそれぞれ次のように推定された。

$$a = 1.80 \times 10^{-2}, \quad b = -3.59 \times 10^{-8}, \quad P_0 = 7.49 \times 10^{-11}$$

これらの値から、人口の極限：$\overline{K} = -a/b = 2.10 \times 10^5$(千人)

変曲点：(1973年、$\dfrac{\overline{K}}{2} = 1.05 \times 10^5$(千人)) であることが分かる。

推計されたロジスティック曲線、および、実データとの誤差を〔4図〕に示す。



〔4図〕

1987年（明治5年）～2007年（平成19年）の長期データ[11]に適合する長期人口動態は、〔4図〕の長期データに適合する長期ロジスティック曲線[12]で示されるということが理解される。と同時に、将来も今迄どおり人口に関する構造パラメータa、bの値が変わらないと言えるのな 一六四

ら、将来の総人口の推移もこの長期のロジスティック曲線によって予測されることを示している。つまり、総人口は2055年（平成67年）には1億7000万に達し、更に2億1000万人に向かって増え続けることを示している。

しかしながら、総人口は、ほぼ現在がピークで今後は、少しづつ下りつづけ、2055年（平成67年）には、8900万人台にまで減少すると国立社会保障・人口問題研究所は、予測している[13]。

確かに、わが国の総人口は、近い将来にわたり①人口構成（0～14才、15～64才、65才以上の割合）が増々逆ピラミッド化するだろうし、②近い将来、合計特殊生出率が2.0を回復し、それ以上に伸びることはとても考えられない。さらに、平均寿命がもう少しは男女とも伸びるとしても、③死亡数（率）が出生数（率）を今後は増々上回るだろうし、④晩婚化、そして未婚率も増加している現状は容易に変えられないであろう。これらの複数の要因を総合的に判断すると、わが国の総人口は、今後は減少すると考えざるを得ない。

では、どの様なトレンドで減少するのだろうか？ロジスティック曲線をベースにした今迄の議論を使って更に分析を進めたい。

（2）65才以上のロジスティック曲線の推定

まず第1に、暦年コーホートに関する65才以上の人口についてのロジスティック曲線を求めてみる。〔5図〕の細い点線を含む右上がりのSカーブがそれである。

〔5図〕を求めるにあたり，実データとの適合がよくなるように修正した次のロジスティック曲線を用いた[14]。

$$修正ロジスティック曲線\overline{P}_{(t)} = \frac{\overline{K}P_0e^{at}}{P_0e^{at}+\overline{K}-P_0}+d$$
$$= \frac{\left(\frac{-a}{b}\right)P_0e^{at}}{P_0e^{at}+\left(\frac{-a}{b}\right)-P_0}+d \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots（8）”$$

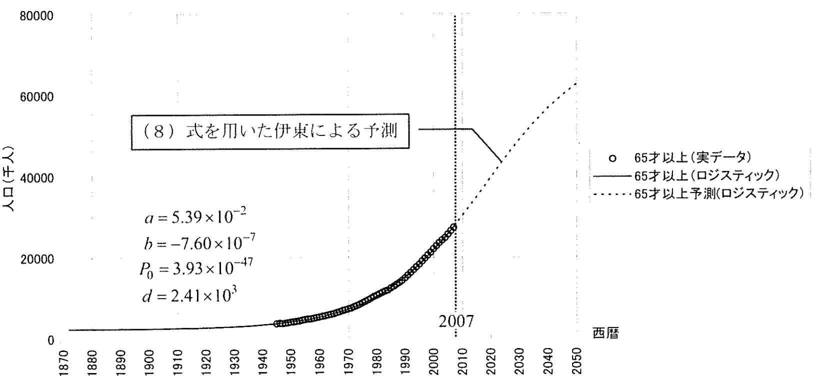
パラメータ:a, b, P_0, d の４個、ただし、$a>0, b<0, P_0>0, d>0 \ or \ d<0$

1945年（昭和20年）から2007年（平成19年）までの65才以上人口のデータ$P_{(t)}$に適合するような、ロジスティック曲線$\overline{P}_{(t)}$の４個のパラメータは、それぞれ次のように推定された。

$$a=5.39\times10^{-2}, b=-7.60\times10^{-7}, P_0=3.93\times10^{-47}, d=2.41\times10^{3}$$

これらの値から，65才以上人口の極限：$\overline{K}=7.10\times10^{4}$(千人)

変曲点：(2018年，$\frac{\overline{K}}{2}=3.55\times10^{4}$(千人)）であることが分かる。



〔5図〕

一六二

（3）　高齢化率のロジスティック曲線の推定

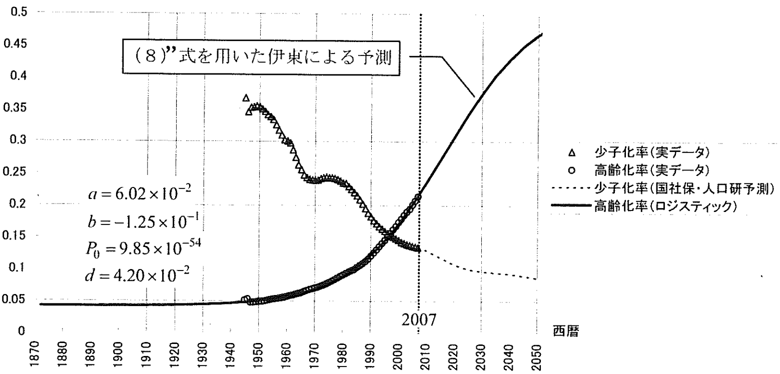
第2に、暦年コーホートに関する高齢化率（つまり、総人口に占める65才以上の人口比率）を示す、ロジスティック曲線を求めてみる。〔6図〕の太い実線による右上がりSカーブがそれである。

〔6図〕を求めるにあたり，65才以上人口と同様に，修正ロジスティック曲線の式を用いた。1945年（昭和20年）から2007年（平成19年）までの高齢化率のデータ$P_{(t)}$に適合するような，ロジスティック曲線$\overline{P}_{(t)}$の4個のパラメタa，b，P_0，dは、それぞれ，次のように推定された。

$$a=6.02\times10^{-2}, b=-1.25\times10^{-1}, P_0=9.85\times10^{-54}, d=4.20\times10^{-2}$$

これらの値から，高齢化率の極限：$\overline{K}+d=0.524$

変曲点：(2018年, $\dfrac{\overline{K}}{2}+d=0.283$）であることが分かる。



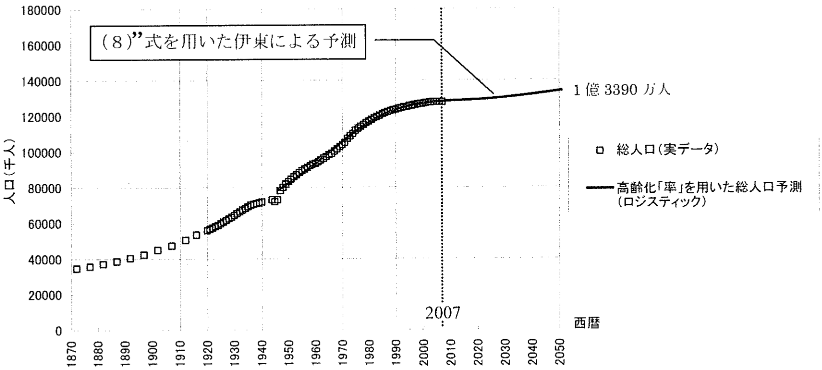
〔6図〕[15]

（4）　総人口の将来予測

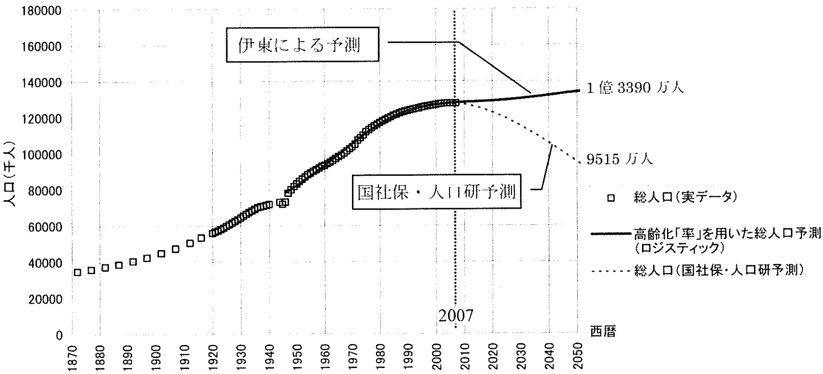
ところで、〔5図〕のロジスティック曲線と〔6図〕のロジスティック曲線から、各暦年コーホートに関する将来の総人口に関するトレンドを示

す曲線が得られる[15]。

それが、〔7図〕で示されるゆるやかな右上がりの曲線である。求めた総人口の予測曲線に国立社会保障・人口問題研究所による予測曲線を同じ図に描いたものが〔図8〕である。



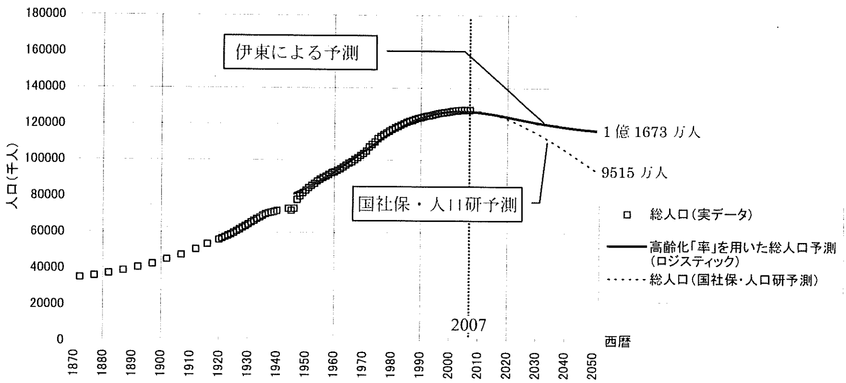
〔7図〕 伊東の最適解



〔8図〕 伊東の最適解と国社保・人口研予測

〔5図〕における65才以上の人口の右上がりのロジスティック曲線は、誤差の二乗和を最小化する曲線であるが、最適解に至る近傍では、最適

解と比べると右上がりの傾きが少し小さいロジスティック曲線が得られる。この最適解近傍のロジスティック曲線を、〔**6図**〕のロジスティック曲線と組合わせた場合に、〔**9図**〕のようなやや右下がりの予測線が求まる。結果として、国社保・人口研の予測線と近づくことになる。



〔9図〕　最適解に至る近傍

Ⅳ　結びに代えて

本稿を閉じるにあたり、得られた諸論点および今後の課題を提示したい。

① Ⅱ章は、数式と図を用いて、時系列的に人口の動態を示すといわれるロジスティック曲線を数学的に定式化する。そして、その曲線の性質が調べられた。

② 数式で示せば（8）式、図で示せば〔**3図**〕であるロジスティック曲線（パラメータは、$a>0,\ b<0,\ P_0>0$）を用いて、Ⅲ章でまず最初に、

（1）わが国2007年までにいたる総人口の長期時系列データにフィットするロジスティック曲線を求めた。それが〔**4図**〕である。

しかしながら、2007年以降、とりあえず2050年までの将来予測

には、〔**4図**〕の長期ロジスティック曲線は利用できないことが合理的判断としてなされざるを得ない。

したがって、パラメータを１つ増やして４つになった修正ロジスティック曲線（8）'' 式を使って以下の予測がなされた。即ち、

（2）2007 年から 2050 年までの 65 才以上の人口のロジスティック曲線が推定された。それが〔**5図**〕に示される。同様にして、

（3）2007 年から 2050 年までの高齢化率を示すロジスティック曲線が推定された。それが〔**6図**〕で示される右上がりのロジスティック曲線である。

（4）〔**5図**〕と〔**6図**〕の関係から、２０５０年までの総人口の変化を示す、ごく緩やかな右上がりのロジスティック曲線が得られる。それが〔**7図**〕に示される。ここでは、（8）'' 式における４つのパラメータの最適な組み合わせが得られていることは言うまでもない。筆者の予測では、今後も少しずつ人口はまだ伸びて 2050 年段階で１億 3390 万人台に達するものと予測される。

（5）筆者の予測と国立社会保障・人口問題研究所がしている将来人口予測との比較が〔**8図**〕に示される。2050 年段階では、おおきな差異が予測されるが、その差異の大きさも、〔**9図**〕ではかなり小さなものになっていることに留意すべきである。〔**9図**〕での長期ロジスティック曲線に関する４つのパラメータは、最適な組み合わせにいたる近傍のときのものであるのだが、そのときには長期ロジスティック曲線が右下がりになるからである。

尚、今後 40 年間における 2000 万人程度の差は、タイムラグの範疇であると筆者は認識している。

【今後の課題】

① 〔**8図**〕に示される長期総人口の変化の中味を調べてみること。つまり、少子・高齢化の程度が促進されるのか、それとも減速されるのかをみるために、０～ 14 歳、15 ～ 64 歳、65 ～ 74 歳（前期高齢

者)、75歳以上（後期高齢者）としてわけて、それらの時系列ごとの変化を調べてみたい。将来の社会保障政策や福祉政策を考えるうえで、重要な基礎データになるからである。

② 日本における高齢化の進行──〔8図〕──と、まずは日本の一般会計予算に占める㋑社会保険（医療、年金、介護)、㋺生活保護、㋩社会福祉（傷害保険、少子化対策など)、㊁保健衛生対策費、㋭失業対策費などの割合の変化を検討してみること。

③ 日本の高齢化の進展──〔6図〕──と、諸外国の高齢化の進展との差異・その要因分析をしてみること。これは、経済学のみならず社会学や心理学などを含めた広い視野からの分析が必要となるだろう。

④ わが国の社会保障制度の実態をより正確に理解するためには、一般会計予算のみならず、特別会計予算、政府関係機関の予算、および地方財政計画まですべて勘案して重複部分を省き、負担と財源との関係を検討してみる必要があると考える。

最後になるが、以上のようにわれわれの学問上の共有財産であるSカーブ理論を用いて、計量経済学的に「過去－現在－将来」に渡る高齢化を把握することができるという、確信の根拠を得ることができた。筆者の予測では、2050年のわが国の人口は微増すると考察する。

（平成20年9月26日脱稿）

〔注〕

一五七

〔1〕『平成20年度版　図説日本の財政』池田篤彦編著，東洋経済新報社，2008年8月，p.85.

〔2〕〔注1〕の上掲書，p.28.

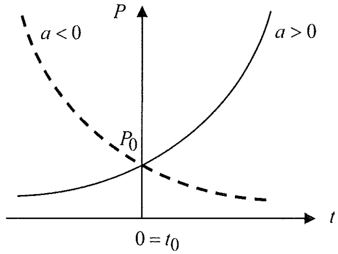
〔3〕特集　日本の医療は沈没する,「観客型民主主義が医療を破壊する」舛添要一『中央公論』9月号，2008，pp.76 − 81.

「医療費削減の戦犯はだれだ」村上正泰『文芸春秋』9月号，2008，pp.294 − 303.

「「人口減少時代」を豊かにする方法」田原総一郎『現代』9月号，2008，pp.222 − 234.

「ねんきん特別便「一億通」の裏切り」岩瀬達哉，磯村元史『文芸春秋』3月号，2008，pp.94 − 112.

〔4〕 $\dfrac{dP}{dt} = aP$



$$\frac{dP}{P} = a \cdot dt$$

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{dt} = \int_{t_0}^{t} adt$$

$$[\log P]_{P_0}^{P} = [at]_{t_0}^{t}$$

$\log\left(P/P_0\right) = a(t - t_0)$　　よって、$P = P_0 e^{a(t-t_0)}$

〔5〕山口昌哉著『カオスとフラクタル』講談社，ブルーバックス，1999年，pp.58 − 59

〔6〕(5)’式の左辺を次のように考えて、を求める。

$$\frac{dP}{P} + \frac{x}{\overline{K} - P} = \frac{dP \cdot \overline{K}}{P(\overline{K} - P)}$$

となるので（6）式が求まる。

〔7〕 $\dfrac{dP}{P} + \dfrac{dP}{\overline{K} - P} = adt \cdots\cdots$（6）

（6）式の両辺を定積分する。

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} + \int_{P_0}^{P} \frac{dP}{\overline{K} - P} = \int_{t_0}^{t} adt \cdots\cdots \text{(6)'}$$

ここで $\overline{K} - P_{(t)} = A_{(t)}$ と考え，この式の両辺を時間に関して全微分する。

$-dP = dA$，つまり $dP = -dA$ となる。そうすると、(6)’式は次式になる。

$\displaystyle\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} - \int_{P_0}^{P} \frac{dA}{A} = \int_{t_0}^{t} adt$、よって、

$[\log P]_{P_0}^{P} - [\log A]_{P_0}^{P} = [at]_{t_0=0}^{t}$, $A = \overline{K} - P$ だったので、

$$\log_e\left(\frac{P}{P_0}\right) - \log_e\left(\frac{\overline{K}-P}{\overline{K}-P_0}\right) = at$$

$\log_e\left(\frac{P}{P_0}\cdot\frac{\overline{K}-P_0}{\overline{K}-P}\right) = at$、よって次式を得る。

$$\frac{P}{\overline{K}-P} = \frac{P_0}{\overline{K}-P_0}e^{at} \cdots\cdots (7)$$

〔8〕（3）式の

$\frac{dP}{dt} = aP + bP^2 = P(a+bP)$に$P = -\frac{a}{2b}$を代入して

$\frac{dP}{dt} = -\frac{a^2}{4b}$が求まる。

〔9〕(10) 式の

$\frac{d^2P}{dt^2} = (a+2bP)P(a+bP)$に$P = -\frac{a}{2b}$の半分の$-\frac{a}{4b}$を代入して

$\frac{d^2P}{dt^2} = \frac{-3a^3}{32b}$の値が求まる。

〔10〕（6）式の両辺を不定積分する。

$$\int\frac{dP}{P} + \int\frac{dp}{\overline{K}-p} = \int a dt \cdots\cdots (6)''$$

ここで、$\overline{K} - P_{(t)} = A_{(t)}$とおいて、この式の両辺を時間に関して全微分する。
$-dP = dA$、つまり、$dP = -dA$、これを考慮すると（6）” は次式になる。

$$\int\frac{dP}{P} - \int\frac{dA}{A} = \int a dt$$

$\log_e P - \log_e A = at + c$　ただし c は積分定数。

$$\log_e\left(\frac{P}{\overline{K}-P}\right) = at + c$$

よって、$\frac{P}{\overline{K}-P} = e^{at+c}$

この式を P について解くと、

$P_{(t)} = \frac{\overline{K}e^{at}\cdot e^c}{1+e^{at}\cdot e^c}$ただし$e^c > 0$　　　・・・・・(6)'''

(6)''' 式での初期値$P_{t=0} = P_{(0)} = P_0$は、

$$P_0 = P_{(0)} = \frac{\overline{K}\cdot e^c}{1+e^c} > 0$$

よって、初期値は P_0、正の或る値である。

〔11〕明治5年（1872年）～大正9年（1920年）までは年次データはあれど、きわめてゆるやかな上昇トレンドだったので、5年毎のデータを利用した。『人口統計資料集』1982，厚生省人口問題研究所，人口問題研究所研究資料第230号，昭和58年2月15日，P.19の表9　明治以降（国勢調査実施以前）の日本総人口の推移。

大正9年（1920年）～平成12年（2000年）までは年次データで、『我が国の推計人口（大正9年～平成12年）』毎年10月1日現在、総務省統計局、平成15年9月発行、PP.16～69。

平成13年（2001年）～平成19年（2007）までは、年次データ。『人口推計年報ー各年10月1日現在推計人数ー』平成13年～平成19年（人口推計資料)、総務省統計局より作成。

〔12〕ロジスティック曲線による総人口予測の妥当性を検証するために、ロジスティック曲線に加え、ゴンペルツ曲線および、遅れS字曲線を用いた場合について、3つの選択基準（上田の選択基準、芳賀他の選択基準、赤池の情報量基準）を求める。『Excelでできる最適化の実践らくらく読本』茹田正雄，中西元子，上田太一郎　2003年，pp.139～170.

ゴンペルツ曲線、および、遅れS字曲線の式は下記の通りである。

ゴンペルツ曲線：$P_{(t)} = ae^{-bc^t}, \quad a,b,c>0$

遅れS字曲線：$P_{(t)} = a[1-\{1+b(t-t_0)\}e^{-b(t-t_0)}], \quad t_0,a,b>0$

選択基準の式は下記の通りである。

上田の選択基準：$R_u = 1-(1-R^2)\dfrac{n+k+1}{n-k-1}$

芳賀他の選択基準：$R_h = 1-(1-R^2)\dfrac{(n-1)(n+k+1)}{(n+1)(n-k-1)}$

赤池の情報量基準：$AIC = n\log_e(1-R^2)+2k$

ここで、はそれぞれ、データ数およびパラメータ数であり、それぞれ、である。

各曲線の選択基準を下表に示す。AICでわずかに差がみられるものの、その他の基準についてはいずれの曲線もほぼ同じ値を示しており、ロジスティック曲線を用いた推定でも妥当性がないわけではない。

	ロジスティック曲線	ゴンペルツ曲線	遅れS字曲線
R_u	0.9999	0.9999	0.9999
R_h	0.9999	0.9999	0.9999
AIC	-1585	-1638	-1613

〔13〕『日本の将来推計人口――平成18年（2006）～67（2055）年――』

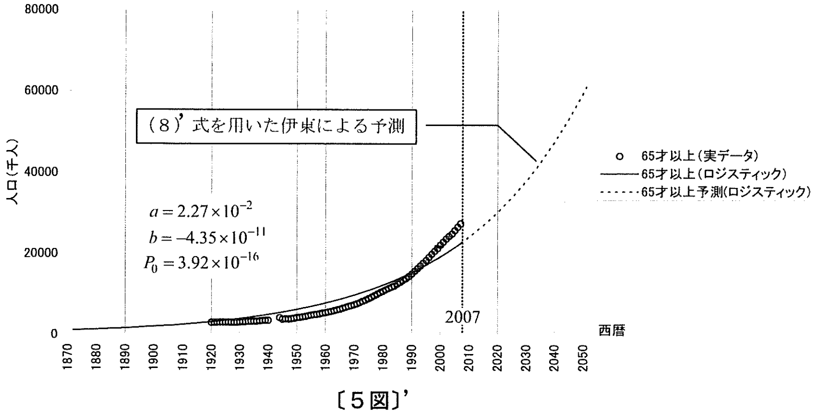
平成18年12月推計、国立社会保障・人口問題研究所.

人口問題研究所資料第315号、平成19年3月30日、p .79の出生中位(死亡中位)推計によると、平成17年（2005）年～平成22（2010）年は、1億2700万人台

を維持するが、それ以降は、減少に転じて平成67（2055）年には8900万人台になることを予測している。しかも、2055年での人口構成は、2005年段階と比べて急激に高齢化が伸展すると予測されている。

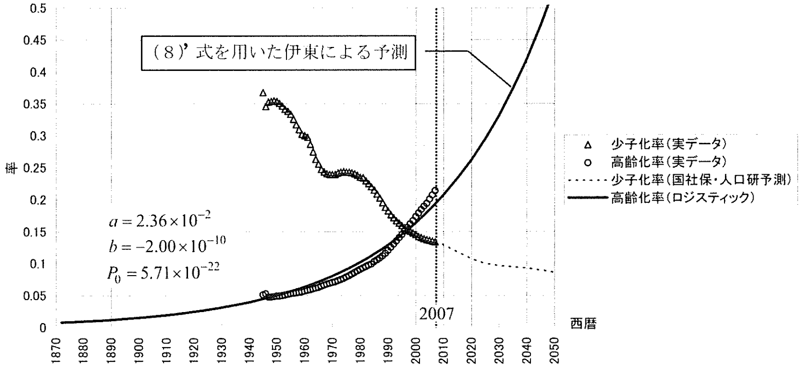
人口・割合 / 年次	人口（1000人）				割合（%）			
	総数	0～14才	15才～64才	65才以上	0～14才	15才～64才	65才以上	
							65才～74才	75才以上
2005年	127.768	17.585	84.422	25.761	13.8	66.1	20.2	
							11.1	9.1
2055年	89.930	7.516	45.951	36.463	8.4	51.1	40.5	
							14.0	26.5

〔14〕パラメータが3つである（8）式を基準にして，65才以上の人口のロジスティック曲線，および65才以上の人口の総人口に対する比率についてのロジスティック曲線を求めて，2007年以降の総人口を予測すると，全くうまくいかないのである。ちなみに，本論〔5図〕に対応するのが，〔5図〕'，〔6図〕に対応するのが〔6図〕'，そして，〔7図〕に対応するのが〔7図〕' である。よって，（8）式のパラメータを1つ増やして，つまり，d を追加して推計したら本論の中に示されるような〔7図〕，〔8図〕が得られたのである。

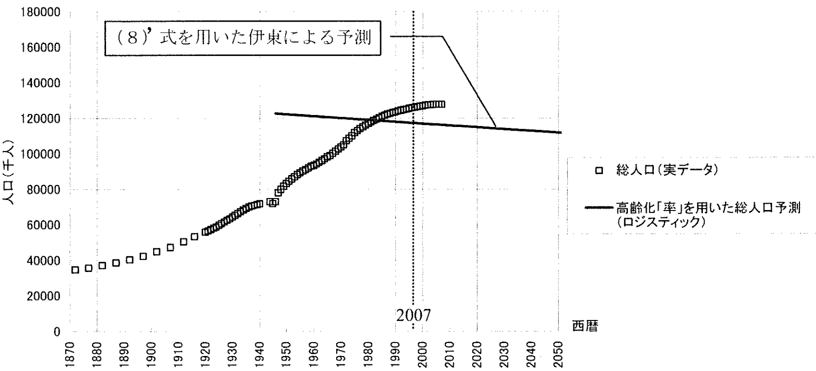


〔5図〕'

一五三



〔6図〕'



〔7図〕'

〔15〕 各暦年における65才以上の人数をその年度の高齢化率で割ってやれば、各暦年の総人口が求まる。

参考文献

(1) 山口昌哉著『カオスとフラクタル』 講談社ブルーバックス，1999年。

(2) H. W. ローレンツ著，小野崎　保・笹倉和幸訳『非線形経済動学とカオス』日本経済評論社，2000年。

(3) Hans-Walter Lorenz　*Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, Second

Revised and Enlarged Edition, Springer-Verlag, 1997.
(4) 今野紀雄著『図解　複雑系』ナツメ社，1999年。
(5)『平成20年度版　図説日本の財政』池田篤彦編著，東洋経済新報社，2008年8月。
(6)『平成20年版　高齢社会白書』内閣府，平成20年6月。
(7)『わが国の推計人口　大正9年～平成12年』総務省統計局，平成15年9月発行。
(8)『人口推計年報　平成13年～平成19年（各年10月1日現在）』総務省統計局。
(9)『日本の将来推計人口──平成18（2006）～67（2055）年──』（平成18年12月推計），国立社会保障・人口問題研究所，平成19年3月。
(10)『平成20年版　経済財政白書──リスクに立ち向かう日本経済Ｐ』第3章　高齢化・人口減少と財政の課題，内閣府編集，2008年8月。
(11) 伴　金美・中村二朗・跡田直澄著『エコノメトリックス』有斐閣Ｓシリーズ，1990年。
(12) 石村貞夫，ステファニー・リヒャルト著『Excelでやさしく学ぶ時系列』東京図書株式会社，2003年。
(13) 苅田正雄，中西元子，上田太一郎著『Excelでできる最適化の実践らくらく読本』同友館，2003年，pp.139～170.
(14) 樺島洋介，北川源四郎他著，土谷　隆，室田一雄（編集）『赤池情報量基準AIC－モデリング・予測・知識発見－』共立出版，2007年.
(15)「特集　厚生労働省という犯罪」，堺屋太一・川田龍平・村上正泰・水野肇・岡村序冶『中央公論』2008年3月号，PP.33～78.
(16)「後期高齢者医療制度の嘘と真実」，川渕孝一・久坂部　羊・葉山太郎『中央公論』2008年7月号，PP.60～81.
(17)「「後期高齢者」は死ねというのか」堀内光雄『文芸春秋』2008年6月号，PP.146～153.
(18)「年金消失　社保庁の支配者は誰だ」，岩瀬達哉・磯村元史・高橋洋一，『文芸春秋』2008年6月号，PP.260～272.
(19)「国民皆保険が崩壊する日」，奥野修司，『文芸春秋』，2008年7月号，PP.106～118.
(20)「老いる世界」，『エコノミスト』，2008年7月15日号，PP.18～35.
(21)「特集　日本の医療は沈没する，「観客型民主主義が医療を破壊する」，舛添要一，『中央公論』，2008年9月号，PP.76～81.
(22)「医療費削減の戦犯はだれだ」，村上正泰，『文芸春秋』，2008年9月号，PP.294～303.
(23)「ねんきん特別便「一億通」の裏切り」，岩瀬達哉，磯村元史，『文芸春秋』，2008年3月号，PP.94～112.
(24)「「人口減少時代」を豊かにする方法」，田原総一朗，『現代』，2008年9月号，PP.222～234.